

Sistema Terra-Lua-Sol: Fases e eclipses

Rosa M. Ros

International Astronomical Union, Universidad Politécnica de Cataluña
(Barcelona, España)

Resumo

São apresentados alguns modelos sobre as fases da Lua e os eclipses do Sol e da Lua. Também são determinadas as distâncias e diâmetros no sistema Terra-Lua-Sol através dos eclipses.

Finalmente se esclarece a origem das marés, como também é exposta uma simples atividade que permite medir longitudes e alturas sobre a superfície lunar.

Objetivos

- Compreender por que a Lua possui fases.
- Compreender a causa dos eclipses da Lua.
- Compreender o motivo dos eclipses do Sol.
- Determinar distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol.
- Compreender a origem das marés

Posições relativas

O termo “eclipse” é utilizado para fenômenos muito distintos, no entanto em todos os casos este fenômeno ocorre quando a posição relativa da Terra e da Lua (corpos opacos) obstrui a passagem da luz solar. Um eclipse Solar ocorre quando a Lua se interpõe entre a Terra e o Sol, ocultando-o. Este tipo de eclipse sempre acontece em Lua nova (figura 1).

Os eclipses da Lua ocorrem quando a Lua passa através da sombra da Terra. Isto é, quando a Lua está no lugar oposto ao Sol, portanto, os eclipses lunares acontecem sempre na fase de Lua cheia (figura 1).

A Terra e a Lua movimentam-se em planos diferentes seguindo órbitas elípticas. A órbita da Lua está inclinada 5° com relação ao plano da eclíptica (plano da órbita da Terra entorno do Sol). Ambos planos se cruzam em uma reta denominada Linha dos Nodos. Os eclipses acontecem quando a Lua está próxima da Linha dos Nodos. Se ambos os planos não formassem um ângulo, os eclipses seriam bem mais frequentes.

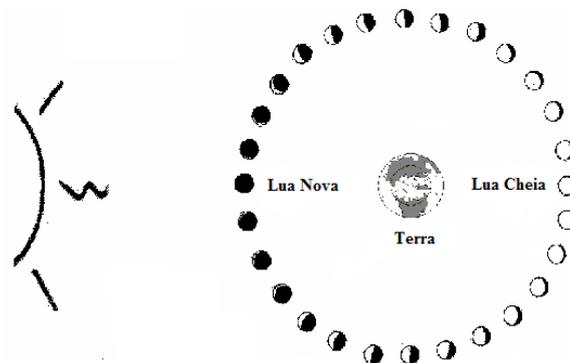


Fig. 1: Os eclipses do Sol ocorrem quando a Lua está situada entre o Sol e a Terra (Lua nova). Os eclipses da Lua ocorrem quando a Lua cruza o cone de sombra da Terra, então a Terra está situada entre o Sol e a Lua (Lua cheia).

Modelo com lanterna

Para explicar as fases da Lua, o melhor é usar um modelo com uma lanterna ou com um retroprojetor (que será empregado como Sol) e no mínimo 5 voluntários. Um deles estará colocado no centro representando a Terra e os outros 4 se posicionarão ao redor de forma equidistante para simular as diferentes fases da Lua. Para destacar mais o experimento, uma interessante ideia é usar uma máscara branca que representará a Lua. Colocaremos a lanterna acesa atrás de um dos voluntários que representa a Lua (algo por cima para não tampar a luz) e começaremos por visualizar as 4 fases (vistas desde a Terra que está no centro). É muito fácil descobrir que às vezes se percebe a máscara completa, às vezes só um quarto e outras vezes não é possível ver nada, porque a luz da lanterna deslumbra (a luz do Sol).

Este modelo também serve para visualizar que somente podemos ver uma só fase da Lua por causa da mesma duração do movimento de rotação da Lua e de translação ao redor da Terra. Iniciamos colocando o voluntário que representa a Terra e somente um voluntário para a Lua. Posicionamos o voluntário que representa a Lua em frente da Terra antes de começar a movimentar-se. Desta forma, se a Lua avança 90° em sua órbita entorno da Terra, também deverá girar 90° sobre si mesma e, portanto, seguirá olhando de frente para a Terra, e assim sucessivamente (figura 2).



Fig. 2: Modelo da Terra e da Lua com voluntários (para explicar as fases e a face visível da Lua)

Modelo Terra-Lua

Compreender de forma clara as fases da Lua e a geometria que contém o fenômeno dos eclipses do Sol e da Lua não é simples. Para entender é proposto um singelo modelo que tornam mais inteligíveis estes processos.

Basta fincar dois pregos (de 3 ou 4 cm) em uma barra de madeira de 125 cm. Os pregos estarão separados 120 cm e em cada um fixaremos duas bolas de 4 e 1 cm (figura 3).

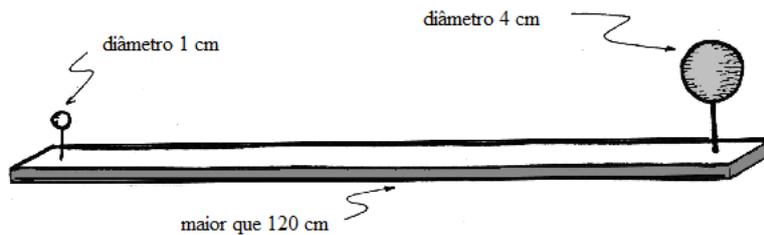


Fig. 3: Modelo com a Terra e a Lua

É importante seguir estas medidas porque correspondem a um modelo em escala do sistema Terra-Lua, respeitando as proporções de distâncias e diâmetros.

Diâmetro Terra	12800 Km.	→	4 cm.
Diâmetro Lua	3500 Km.	→	1 cm.
Distância Terra-Lua	384000 Km.	→	120 cm.
Diâmetro Sol	1400000 Km.	→	440 cm. = 4.4 m.
Distância Terra- Sol	150000000 Km.	→	4700 cm. = 0.47 Km.

Tabela 1: Distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol

Reprodução das fases da Lua

Em um lugar ensolarado, quando a Lua for visível, direcione a barra com a bolinha para a Lua (figura 4). O observador deve estar posicionado atrás da bola que simula a Terra. A esfera da Lua é vista do mesmo tamanho aparente que a Lua e com a mesma fase que é a real. Alterando a orientação da barra é possível reproduzir as diferentes fases da Lua ao variar a iluminação que recebe do Sol. É necessário mover a Lua para conseguir a sequência de todas as fases.

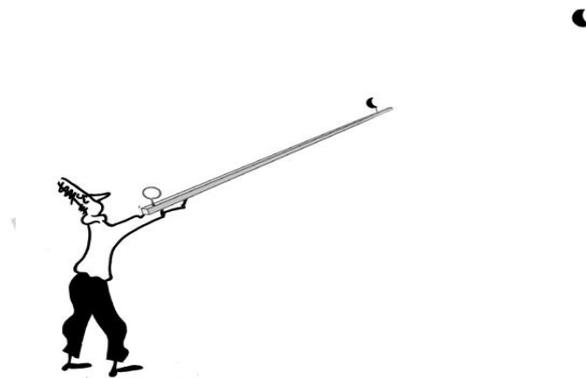


Fig. 4: Usando o modelo no pátio da escola.

A melhor forma de realizar esta atividade é no pátio, mas caso esteja nublado, também é possível experimentar com um retroprojeto.

Reprodução dos eclipses de Lua

Segure a barra de modo que a bolinha da Terra fique direcionada ao Sol (o ideal é usar um retroprojeto para evitar olhar diretamente o Sol) e logo introduza a Lua (figuras 5a e 5b) dentro da sombra da Terra, que é bem maior que a Lua: deste modo é fácil visualizar um eclipse de Lua.



Fig. 5a e 5b: Simulação de um eclipse de Lua



Fig. 6: Composição fotográfica de um eclipse de Lua. Nosso satélite cruzando o cone de sombra produzido pela Terra.

Reprodução dos eclipses de Sol

Aponte a barra de modo que a Lua permaneça direcionada para o Sol (o ideal é usar o retroprojeto) e permita que a sombra da Lua seja projetada sobre a esfera terrestre. Desta forma é possível visualizar um eclipse do Sol. Observe que a sombra da Lua causa uma pequena mancha sobre uma região da Terra (figura 8).

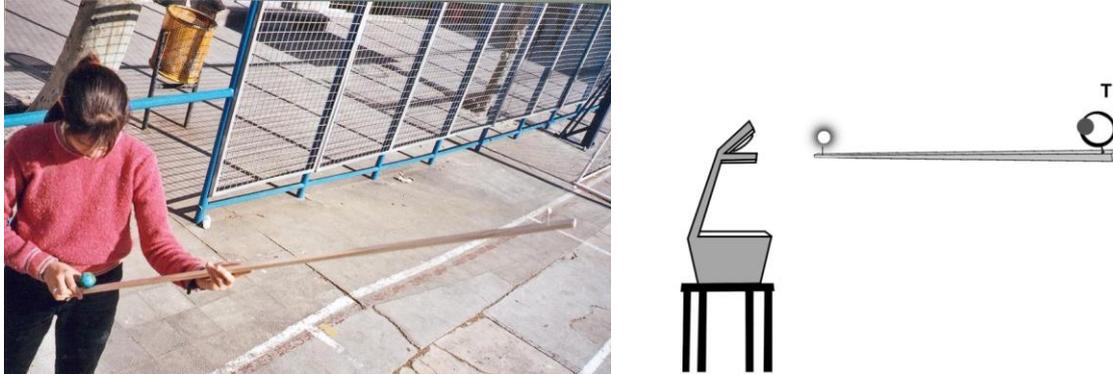


Fig. 7a e 7b: Simulação eclipse solar

É difícil conseguir esta posição porque a inclinação da barra deve ser muito precisa (esta é a razão pela qual ocorrem menos eclipses de Sol que eclipses Lunares).



Fig. 8: Detalhe da figura anterior 5a.



Fig. 9: Fotografia tirada desde a ISS do eclipse do Sol de 1999 sobre uma região da superfície terrestre.

Observações

- O eclipse Lunar ocorre somente quando há Lua cheia e o eclipse Solar quando há Lua nova.
- Um eclipse solar só é visto em uma determinada parte reduzida da Terra.
- A probabilidade que a Terra e a Lua estejam “bem alinhadas” é muito difícil para que produzam um eclipse nas fases da Lua nova ou da Lua cheia.

Modelo Sol-Lua

Com a finalidade de visualizar o sistema Sol-Terra-Lua ressaltando a importância das distâncias, vamos considerar um novo modelo, considerando o ponto de vista terrestre do Sol e da Lua. Para este modelo convidamos os estudantes a desenhar e pintar um grande Sol com diâmetro de 220 cm (mais de 2 metros de diâmetro) em um lençol. Com esta experiência demonstramos que é possível cobrir este grande Sol apenas com uma pequena Lua de 0,6 cm de diâmetro (menos de 1 cm de diâmetro). É possível substituir a bola que simula a Lua por um buraco em uma tábua de madeira para que seja mais fácil de conduzir.

É importante a utilização das dimensões mencionadas anteriormente para manter as proporções dos diâmetros e das distâncias (tabela 2).

Neste modelo, o Sol é posto a 235 metros da Lua e o observador estará a 60 cm da Lua. Os estudantes são surpreendidos ao cobrir o grande Sol com esta pequena lua. Realmente esta relação de um Sol 400 vezes maior que a Lua não é fácil de imaginar. Portanto, é apropriado mostrar com um exemplo para compreender a magnitude das distâncias e o tamanho real no Universo. Todos estes experimentos e atividades ajudam a entender quais são as relações espaciais entre os corpos celestes durante um eclipse solar. Este método é mais perceptível, pois aplica os números na realidade, ao contrário da simples leitura de uma série de cifras soltas em um livro.

Diâmetro Terra	12 800 km	2.1 cm
Diâmetro Lua	3 500 km	0.6 cm
Distância Terra-Lua	384 000 km	60 cm
Diâmetro Sol	1400 000 km	220 cm
Distância Terra-Sol	150 000 000 km	235 m

Tabela 2: Distâncias e diâmetros do sistema Terra-Lua-Sol



Fig. 10: Modelo de Sol



Fig. 11: Olhando o Sol através do buraco da Lua.

O mesmo conceito pode ser utilizado com outros tipos de fotografias astronômicas para simular movimentos. Os estudantes gostam muito.

Determinação de Diâmetros

Medida do diâmetro da Lua

Como foi mencionado anteriormente, quando ocorre um eclipse de Lua, esta se escurece porque atravessa a sombra da Terra. Como a distância da Terra ao Sol é imensa, podemos considerar que os raios solares que chegam à Terra são praticamente paralelos e, portanto, os tamanhos da Terra e de sua sombra coincidem.

Pegue três ou quatro fotografias de um eclipse de Lua e cole sobre uma cartolina preta sobrepondo-as, de tal modo que “possa ser vista” a sombra da Terra (figura 12b). Os limites da sombra não são perfeitamente nítidos, porém não impede que recortemos outra cartolina circular (de uma cor diferente da preta) com a mesma forma e tamanho que a sombra da Terra. Normalmente é necessário fazer várias tentativas para conseguir o recorte da cartolina apropriada.

Podemos medir o diâmetro da Lua e da Terra sobre o modelo de cartolina e usando o valor real do diâmetro terrestre, podemos estabelecer uma proporção e deduzir o diâmetro da Lua. Devemos obter um valor similar a 3.475 km, que é seu diâmetro real.

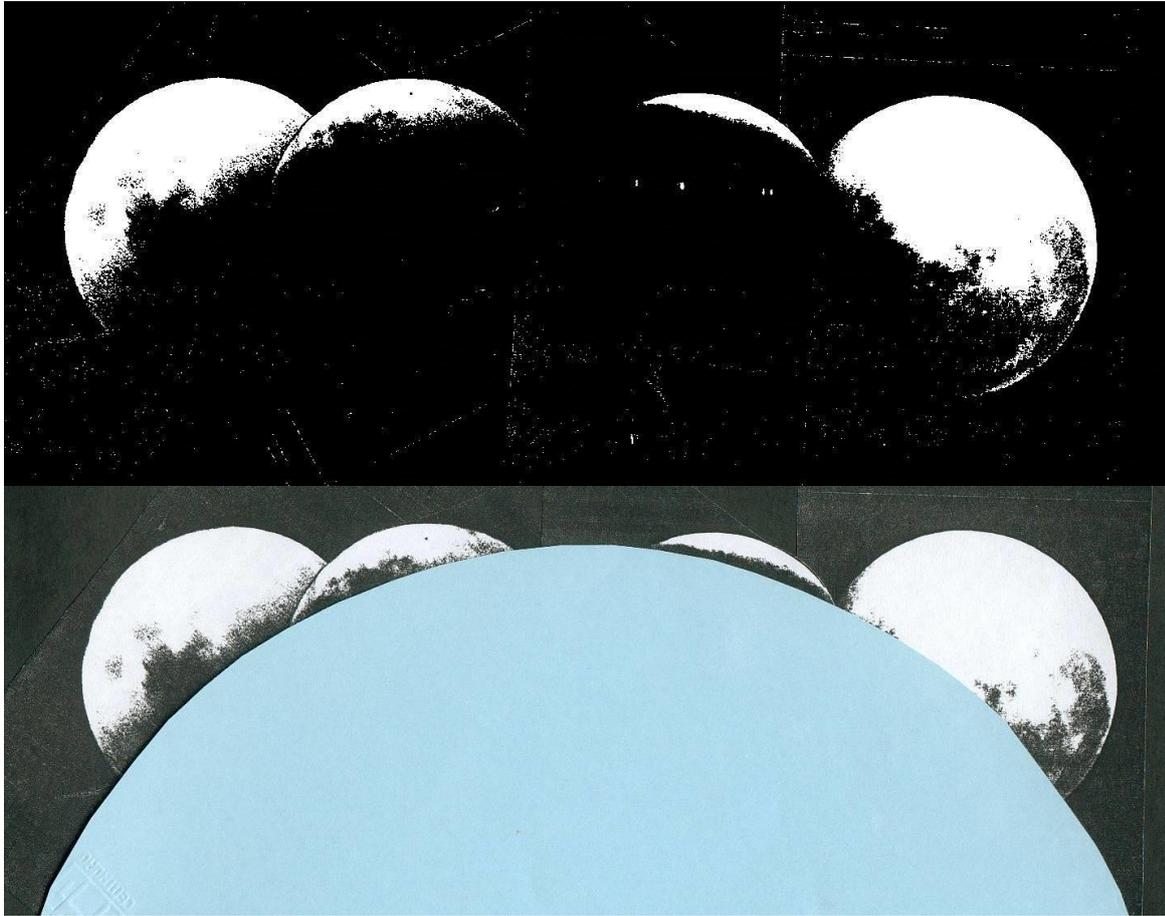


Fig. 12a e 12b: As fotografias para mostrar o cone de sombra da Terra (representado por uma cartolina)

Medida do diâmetro do Sol

É possível medir o diâmetro do Sol de diversas formas. Apresentamos um simples método usando uma câmera escura. Também é possível confeccionar com uma caixa de sapatos ou com um cano de papelão que serve de eixo central para o papel alumínio ou filme transparente de cozinha, entretanto se for realizado com um cano de maiores dimensões é obtida maior precisão.

1. Tampe um dos extremos com papel vegetal milimetrado semitransparente e o outro extremo com um papel grosso, onde faremos um buraco com um alfinete fino (figuras 13a e 13b).
2. Direcione o extremo com o pequeno buraco para o Sol e olhe pelo outro extremo onde está o papel milimetrado. Medimos o diâmetro d da imagem do Sol neste papel milimetrado.



Fig. 13a e 13b: Modelos de câmara escura

Para calcular o diâmetro do Sol, basta considerar a figura 14, na qual aparecem dois triângulos semelhantes

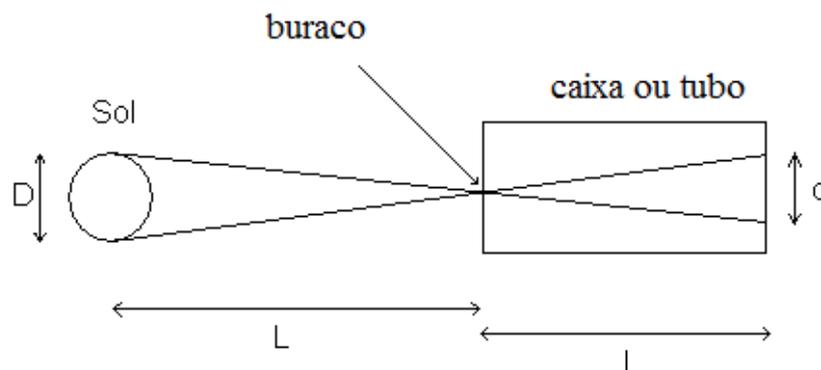


Fig. 14: Problema geométrico subyacente

No qual podemos estabelecer a relação:

$$\frac{D}{L} = \frac{d}{l}$$

No qual é possível despejar o diâmetro do Sol, D :

$$D = \frac{d \cdot L}{l}$$

Após conhecer a distância do Sol à Terra $L = 150.000.000$ km, podemos calcular o diâmetro D do Sol (lembre que o diâmetro solar é de 1392000 km). Também é conhecida a longitude do (tubo) l e o diâmetro d da imagem do Sol sobre a tela do papel milimetrado semitransparente.

É possível repetir o exercício com a Lua cheia sabendo que esta se encontra a aproximadamente 400.000 km da Terra.

Tamanhos e Distâncias no sistema Terra-Lua-Sol

Aristarco (310-230 a.C) deduziu algumas proporções entre as distâncias e os raios do sistema Terra-Lua-Sol. Calculou o raio do Sol e da Lua, a distância da Terra ao Sol e a distância da Terra à Lua em relação ao raio da Terra. Alguns anos depois, Eratóstenes (280-192 a.C) determinou o raio do nosso planeta e foi possível calcular todas as distâncias e raios do sistema Terra-Lua-Sol.

A proposta desta atividade consiste em repetir com os estudantes ambos os experimentos, reproduzir o processo matemático desenhado por Aristarco e Eratóstenes e simultaneamente, caso for possível, realizar novamente as observações.

Novamente o experimento de Aristarco

Aristarco determinou que o ângulo de observação da distância Sol-Lua quando está em quarto era de $\alpha = 87^\circ$.

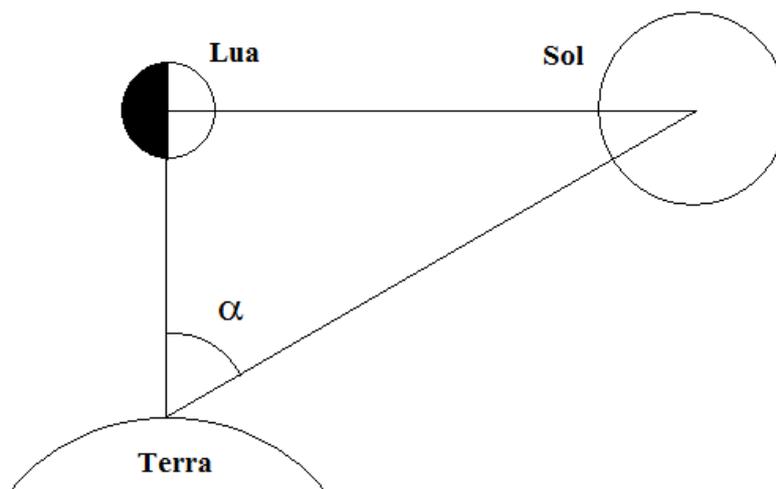


Fig. 15: Posição relativa da Lua no quarto

Hoje em dia, há ciência que Aristarco cometeu um erro, possivelmente porque foi muito difícil determinar o preciso instante do quarto de fase. De fato, este ângulo é de $\alpha = 89^\circ 51'$, mas o processo usado por Aristarco é perfeitamente correto. Na figura 15, é usada a definição de cosseno, é possível deduzir que,

$$\cos \alpha = \frac{TL}{TS}$$

No qual TS é a distância da Terra ao Sol, e TL é a distância da Terra à Lua. Então aproximadamente,

$$TS = 400 TL$$

(mesmo que Aristarco deduziu $TS = 19 TL$).

Relação entre o raio da Lua e do Sol

A relação entre o diâmetro da Lua e do Sol deve ser similar à fórmula previamente obtida, porque da Terra se observam ambos os diâmetros iguais a 0.5° . Portanto, ambos os raios verificam

$$R_S = 400 R_L$$

Relação entre a distância da Terra à Lua e o raio lunar ou entre a distância da Terra ao Sol e o raio solar

Posto que o diâmetro observado da Lua é de 0.5° , com 720 vezes este diâmetro é possível recobrir a trajetória circular da Lua entorno da Terra. A longitude deste percurso é 2π vezes a distância Terra- Lua, isto é $2 R_L 720 = 2\pi TL$, despejando,

$$TL = \frac{720R_L}{\pi}$$

e por um raciocínio similar,,

$$TS = \frac{720R_S}{\pi}$$

Esta relação é entre as distâncias à Terra, o raio lunar, o raio solar e o raio terrestre.

Durante um eclipse da Lua, Aristarco observou que o tempo necessário para que a Lua cruze o cone de sombra terrestre era o dobro do tempo necessário para que a superfície da Lua fosse coberta (figura 16). Portanto, deduziu que a sombra do diâmetro da Terra era o dobro do diâmetro da Lua, ou seja, a relação de ambos os diâmetros ou raios era de 2:1. Realmente há informação que este valor é de 2.6:1.

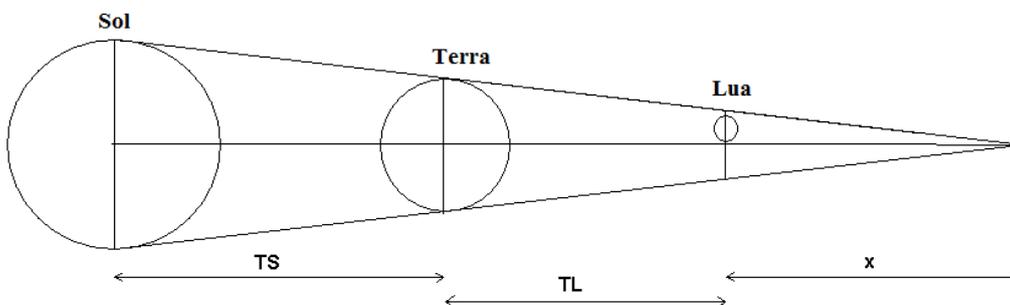


Fig. 16: Cone de sombra e posições relativas do sistema Terra-Lua-Sol..

Então, (figura 16) é deduzida a seguinte relação:

$$\frac{x}{2.6R_L} = \frac{x+TL}{R_T} = \frac{x+TL+TS}{R_S}$$

Na qual x é uma variável auxiliar.

Introduzindo nesta expressão as relações $TS = 400 TL$ e $R_S = 400 R_L$, é possível eliminar x e simplificando se obtém,

$$R_L = \frac{401}{1440} \cdot R_T$$

que permite expressar todas as dimensões mencionadas anteriormente em função do raio da Terra, assim

$$R_S = \frac{2005}{18} R_T \quad TS = \frac{80200}{\pi} R_T \quad TL = \frac{401}{2\pi} R_T$$

No qual somente é necessário substituir o raio do nosso planeta para obter todas as distâncias e raios do sistema Terra-Lua-Sol.

Medidas com os estudantes

Repetir as medidas realizadas por Aristarco com os estudantes é uma boa ideia. É essencialmente necessário primeiro calcular o ângulo entre o Sol e a Lua no quarto. Para realizar esta medida só é necessário dispor de um teodolito e saber o exato instante do quarto. Assim será verificado se este ângulo mede $\alpha = 87^\circ$ ou $\alpha = 89^\circ 51'$ (esta é uma medida realmente difícil de ser obtida).

Em segundo lugar, durante um eclipse da Lua, usando um cronômetro, é possível calcular a relação entre os tempos seguintes: “o primeiro e o último contato da Lua com o cone de sombra terrestre”, ou seja, medir o diâmetro do cone da sombra da Terra (figura 17a) e “o tempo necessário em cobrir a superfície lunar”, isto é, a medida do diâmetro da Lua (figura 17b). Finalmente é possível verificar se a relação entre ambos os tempos é 2:1 ou é de 2.6:1.

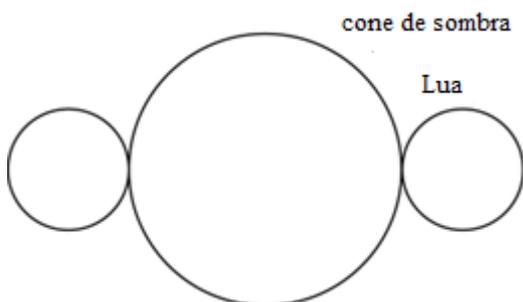


Fig. 17a: Medindo o cone de sombra.

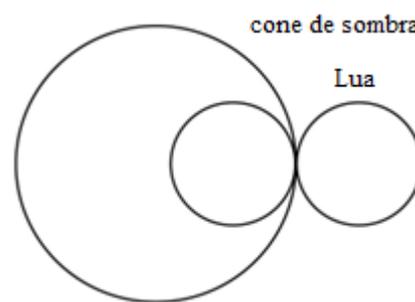


Fig. 17b: Medindo o diâmetro da Lua

O objetivo mais importante desta atividade não é o resultado obtido para cada raio ou distância. O mais importante é que os estudantes descubram que, se utilizarem seus conhecimentos e inteligência, podem obter interessantes resultados somente com poucos recursos. Neste caso, o talento de Aristarco foi muito importante para tentar obter uma ideia sobre o tamanho do sistema Terra-Lua-Sol.

Medir o raio da Terra seguindo o processo usado por Eratóstenes com os estudantes também é uma excelente proposta. Mesmo que o experimento de Eratóstenes seja bem conhecido, apresentamos aqui uma versão reduzida com o intuito de completar a experiência anterior.

Novamente o experimento de Eratóstenes

Considere duas estacas introduzidas perpendicularmente no solo, em duas cidades da superfície terrestre sobre o mesmo meridiano. As estacas devem apontar para o centro da Terra. Normalmente é melhor usar um prumo de chumbo no qual é marcado um ponto do fio para poder medir as longitudes. É necessário medir a longitude do prumo do solo até essa marca, e a longitude de sua sombra da base do prumo até a sombra da marca.

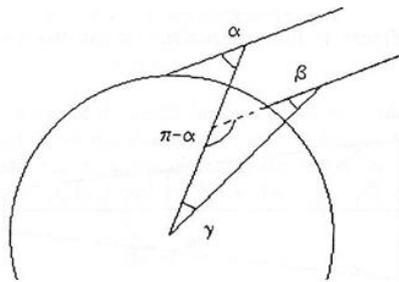


Fig. 18: Situação de prumos e ângulos no experimento de Eratóstenes

Considere que os raios solares são paralelos. Esses raios solares produzem duas sombras, uma para cada prumo. Meça as longitudes dos prumos e sua sombra usando a definição de tangente, obtêm-se os ângulos α e β (figura 18). O ângulo central γ pode ser calculado conferindo que a soma dos ângulos de um triângulo é igual a π radianos. Então deduzimos $\pi = \pi - \alpha + \beta + \gamma$ e simplificando

$$\gamma = \alpha - \beta$$

no qual α e β foram obtidos a partir da medição do prumo e sua sombra.

Finalmente estabelecendo uma proporcionalidade entre o ângulo γ , a longitude de seu arco d (determinado pela distância sobre o meridiano entre as duas cidades), e 2π radianos do círculo meridiano e sua longitude $2\pi R_T$, ou seja,

$$\frac{2\pi R_T}{2\pi} = \frac{d}{\gamma}$$

Então se conclui que:

$$R_T = \frac{d}{\gamma}$$

No qual γ se obteve a partir da observação, em radianos, e d é a distância em km entre ambas as cidades. É possível achar d a partir de um bom mapa.

Também é necessário mencionar que o objetivo desta atividade não é a precisão dos resultados. Somente é esperado que os estudantes descubram que pensando e usando todas as possibilidades que possam imaginar, são capazes de obter resultados surpreendentes.

Marés

As marés são a ascensão e descenso do nível do mar causado pelos efeitos combinados da rotação da Terra e as forças gravitacionais exercidas pela Lua e o Sol. A forma do fundo e da margem na região costeira também influencia em menor medida. As marés são produzidas em um período de aproximadamente 12 horas e meia.

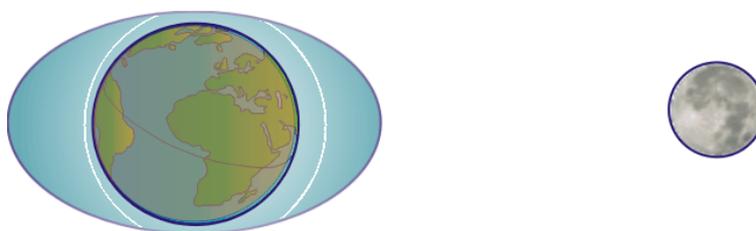


Fig. 19: O efeito das marés

As marés acontecem principalmente pela atração entre a Lua e a Terra. Na parte da Terra em que está de frente para a Lua e no outro lado oposto ocorrem as marés altas (figura 19). Nos pontos intermediários ocorrem as marés baixas.

O fenômeno das marés já era conhecido na antiguidade, mas sua explicação somente foi possível após o descobrimento da Lei da Gravidade Universal de Newton (1687).

$$F_g = \frac{m_T \cdot m_L}{d^2}$$

A Lua exerce uma força gravitacional sobre a Terra. Quando há uma força gravitacional é possível considerar que existe uma aceleração gravitacional que, de acordo com a segunda lei de Newton ($F = m \cdot a$). Desta forma a aceleração da Lua sobre a Terra é proporcionada por

$$a_g = G \frac{m_L}{d^2}$$

No qual m_L é a massa da Lua e d é a distância da Lua a um ponto da Terra.

A parte sólida da Terra é um corpo rígido e, por isso, é possível considerar toda a aceleração sobre esta parte sólida aplicada no Centro da Terra. No entanto, a água é líquida e sofre uma aceleração diferencial que depende da distância à Lua. Assim a aceleração do lado mais próximo da Lua é maior que do lado mais afastado. Em consequência, a superfície do oceano vai gerar um elipsoide (figura 20).

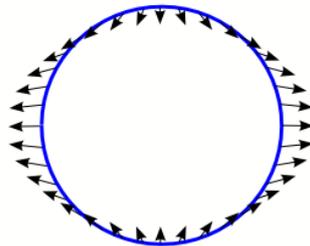


Fig. 20: Efeito, sobre a água, da aceleração diferenciada da Terra em diferentes áreas do oceano.

Esse elipsoide permanece sempre com a zona mais alongada para a Lua (figura 19) e a Terra vai girar por baixo. Assim cada ponto da Terra terá 2 vezes ao dia uma maré alta seguida de uma maré baixa. Realmente o período entre marés é um pouco superior a 12 horas e a razão é que a Lua gira com relação à Terra com um período sinódico de aproximadamente 29,5 dias. Significa que percorre 360° em 29,5 dias, assim a Lua vai avançar no céu aproximadamente de $12,2^\circ$ a cada dia, ou seja, $6,6^\circ$ a cada 12 horas. Como em cada hora a Terra gira sobre si mesma aproximadamente 15° , $6,6^\circ$ equivalem a 24 minutos, portanto cada ciclo de maré é de 12 horas e 24 minutos. Como o intervalo de tempo entre a maré alta e a maré baixa é a metade; o tempo compreendido da maré alta até a maré baixa ou da maré baixa até a maré alta será de 6h 12min.

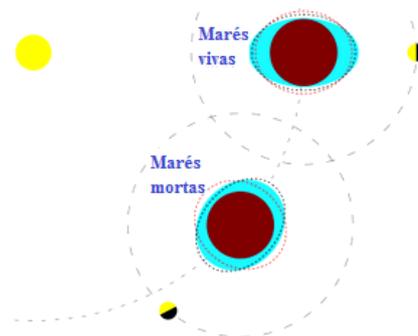


Fig. 21: Marés vivas e marés mortas.

A Lua é a que mais influencia nas marés devido a sua proximidade. Mas o Sol também influencia nas marés. Quando a Lua e o Sol estão em conjunção (Lua nova) ou em oposição (Lua cheia) ocorrem as marés vivas. Quando a Lua e o Sol exercem atrações gravitacionais perpendiculares (Quarto crescente e Quarto minguante) ocorrem as marés mortas (figura 21).

Bibliografia

- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., “*Experimentos de Astronomía. 27 pasos hacia el Universo*”, Editorial Alambra, Madrid, 1988.
- Broman, L., Estalella, R., Ros, R.M., “*Experimentos de Astronomía*”, Editorial Alambra, México, 1997.
- Fucili, L., García, B., Casali, G., “A scale model to study solar eclipses”, Proceedings of 3rd EAAE Summer School, 107, 109, Barcelona, 1999
- Reddy, M. P. M., Affholder, M., “*Descriptive physical oceanography: State of the Art*”, Taylor and Francis, 249, 2001.
- Ros, R.M., “*Lunar eclipses: Viewing and Calculating Activities*”, Proceedings of 9th EAAE International Summer School, 135, 149, Barcelona, 2005.